

**Ανάπτυξη σημείων καταχόρυσης σε πολυεπίπεδα δίκτυα**

**Deployment of check-in nodes in complex networks**

Διπλωματική εργασία του Σαμαρά Λεωνίδα

**Επιβλέποντες καθηγητές:**

Κατσαρός Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής

Μποζάνης Παναγιώτης, Καθηγητής

**Ευχαριστίες**

Με την περάτωση της παρούσας εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους επιβλέποντες καθηγητές μου, κ. Κατσαρό Δημήτριο και κ. Μποζάνη Παναγιώτη, για την δυνατότητα που μου δώσαν να εργαστώ πάνω σε ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα. Επίσης, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στο Μπασάρα Παύλο για την αμέριστη βοήθεια που μου παρείχε σε όλη τη διάρκεια της εργασίας.

Τέλος, είμαι ιδιαίτερα ευγνώμων προς την οικογένεια και τους φίλους μου για την απεριόριστη στήριξη που μου δείξαν όλα αυτά τα χρόνια. Χωρίς αυτούς τίποτα δεν θα ήταν εφικτό.

**Σύνοψη**

Σε πολλά πραγματικά σύνθετα δίκτυα υπάρχουν κάποιοι κόμβοι που παρέχουν συγκεκριμένες υπηρεσίες στο δίκτυο. Αυτοί οι κόμβοι ονομάζονται κόμβοι καταχώρυσης. Σε ένα οδικό δίκτυο τα οχήματα θα πρέπει να ανεφοδιαστούν με καύσιμα. Σε ένα δίκτυο ηλεκτροδότησης ή ένα δίκτυο τηλεπικοινωνιών, ένα μέρος των κόμβων καταχώρυσης μπορεί να οδηγήσει στην κατάρρευση ολόκληρου του δικτύου. Με την προϋπόθεση πως κάθε συντομότερο μονοπάτι περιέχει τουλάχιστον έναν κόμβο καταχώρυσης , η επιλογή των κόμβων καταχώρυσης αποτελεί μια εξαιρετικά ουσιώδη και σημαντική διαδικασία. Στο παρόν έγγραφο θα χρησιμοποιήσουμε τις ιδιότητες των σύνθετων δικτύων για να αναγνωρίσουμε αυτούς τους κόμβους καταχώρυσης. Θα προσομοιώσουμε διάφορα είδη δικτύων και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα μεταξύ τους.

**Περιεχόμενα**

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Κεφάλαιο 2: Σύνθετα δίκτυα και ιδιότητες

2.1: Τύποι σύνθετων δικτύων

2.1.1: Άνευ κλίμακας (scale free)

2.1.2: Τυχαία δίκτυα (random networks)

2.2: Κεντρικότητες σύνθετων δικτύων

2.2.1: Degree centrality

2.2.2:Betweenness centrality

2.2.3:Power community index (PCΙ)

2.2.4: Closeness centrality

Κεφάλαιο 3: Προσωμοιώσεις

Κεφάλαιο 4: Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Βιβλιογραφία

**Εισαγωγή**

Σύνθετο δίκτυο είναι ένας γράφος που αποτελείται από κόμβους και ακμές και παρουσιάζουν σημαντικά τοπολογικά χαρακτηρηστικά που δεν εμφανίζονται σε απλά δίκτυα, όπως τα πλέγματα και τα τυχαία γραφήματα. Αν και η επιστήμη των σύνθετων δικτύων είναι ακόμα νέα, τα τελευταία είκοσι χρόνια άρχισε να εκελίσσεται, μπορεί να μοντελοποιήσει πολλά πραγματικά δίκτυα.

Καθημερινά βασιζόμαστε σε διαφόρων ειδών τεχνητά δίκτυα, μερικά από αυτά είναι τα οδικά δίκτυα, τα δίκτυα ηλεκτροδότησης, τα δίκτυα τηλεπικοινωνιών, τα κοινωνικά δίκτυα το ίντερνετ αλλά και πολλά άλλα. Η επιστήμη των σύνθετων δικτύων μπορεί να μοντελοποιήσει αύτα τα πραγματικά δίκτυα με μεγάλη επιτυχία και μελετώντας τα χαρακτηρηστικά των σύνθετων δικτύων μπορούμε να μελετήσουμε και να βγάλουμε συμπεράσματα για τα πραγματικά μας δίκτυα.

Σε κάθε σύνθετο δίκτυα, ένα μέρος των κόμβων κατέχουν ξεχωριστές λέιτουργικότητες παρέχοντας στο δίκτυο ξεχωριστές υπηρεσίες. Σε ένα οδικό δίκτυο για παράδειγμα υπάρχουν βενζινάδικα για ανεφοδιασμό καυσίμων των οχημάτων. Αντίστοιχα στα δίκτυα ηλεκτροδότησης και τα τηλεπικοιωνιακά δίκτυα, αν ένα μέρος των ξεχωριστών κόμβων τεθεί εκτός λειτουργίας, ολόκληρο το δίκτυο ηλεκτροδότησης/τηλεπικοινωνίας θα τεθεί εκτός λειτουργίας. Αυτοί οι ξεχωριστοί κόμβοι μπορούν να ονομαστούν κόμβοι καταχώρυσης και οντότητες που χρησιμοποιούν το δίκτυο πρέπει να περάσουν από τους κόμβους καταχώρυσης και να λάβουν ξεχωριστές λειτουργίες. Στο παράδειγμα του οδικού δικτύου, τα οχήματα θα πρέπει να περάσουν από βενζινάδικα ( κόμβος καταχώρυσης ) για να εφοδιαστούν ( ξεχωριστή λειτουργεία). Στα δίκτυα ηλεκτροδότησης και τηλεπικοινωνιών, ποιοι και πόσοι κόμβοι καταχώρυσης μπορούν να τεθούν εκτός λειτουργείας πριν τεθεί ολόκληρο το δίκτυο χωρίς ηλεκτροδότηση και επικοινωνία ( ξεχωριστή λειτουργεία ).

Με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, προκύπτει το εξής πρόβλημα. Ποιοι είναι οι κόμβοι καταχώρυσης σε ένα σύνθετο δίκτυο/πραγματικό δίκτυο και πως μπορώ να ελαχιστοποιήσω αυτούς τους κόμβους; Για να λυσουμε το παραπάνω πρόβλημα, ορίζουμε μια και μοναδική προϋπόθεση. Κάθε συντομότερο μονοπάτι που υπάρχει στο δίκτυο, θα περιέχει τουλάχιστον έναν κόμβο καταχώρυσης. Με αυτή την προϋπόθεση εξασφαλίζουμε τα εξής:

* Οι κόμβοι καταχώρυσης θα καλύπτουν ολόκληρο το δίκτυο. Δεν θα υπάρχουν μέρη του δικτύου όπου οι κόμβοι καταχώρυσης δεν θα μπορούν να παρέχουν τις υπηρεσίες τους.
* Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα χαρακτηρηστικά των σύνθετων δικτύων για να υπολογίσουμε πόσα συντομότερα μονοπάτια περνάνε από τον κάθε κόμβο και επομένως πόσο σημαντικός είναι ο κάθε κόμβος

Σε αυτή την εργασία έγιναν προσομοιώσεις σε τυχαία δίκτυα ( random networks ) και δίκτυα άνεϋ κλίμακας ( scale free). Επίσης οι κεντρικότητες που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι degree centrality, betweenness centrality, closeness centrality και Power Community Index (PCI). Θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα μεταξύ τους και κάθε είδος δικτύου.

**Κεφάλαιο 2**

Σύνθετα δίκτυα και ιδιότητες

**2.1: Τύποι σύνθετων δικτύων**

**2.1.1: Άνευ κλίμακας (Scale free)**

Μια κατηγορία σύνθετων δικτύων είναι τα δίκτυα άνευ κλίμακας ( scale free). Στα scale free δίκτυα η κατανομή βαθμών ακολουθεί έναν δυναμονόμο. Αυτό σημαίνει πως θα υπάρχουν μερικοί κόμβοι όπου θα έχουν αρκετά μεγαλύτερο βαθμό από το μέσο βαθμό του δικτύου. Τέτοιοι κόμβοι ονομάζονται και hubs. Τα scale free δίκτυα έιναι στένα συνδεδεμένα με τον κανόνα 80 – 20. Το 20% των κόμβων κατέχει το 80% των συνδέσεων του δικτύου, το οποίο είναι λογικό αν σκεφτεί κανείς πως οι hubs κόμβοι συνδέονται με πολλούς κόμβους.

Δύο είναι τα χαρακτηρηστικά των scale free δικτύων.

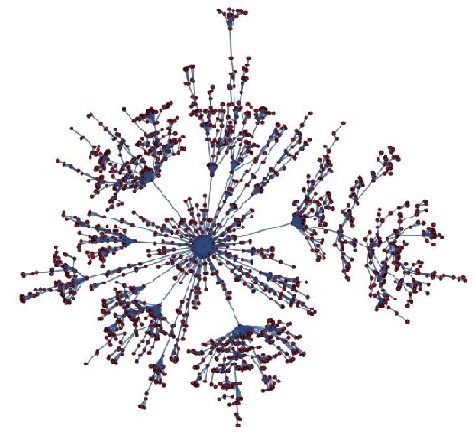
* Συνεχής αύξηση του δικτύου

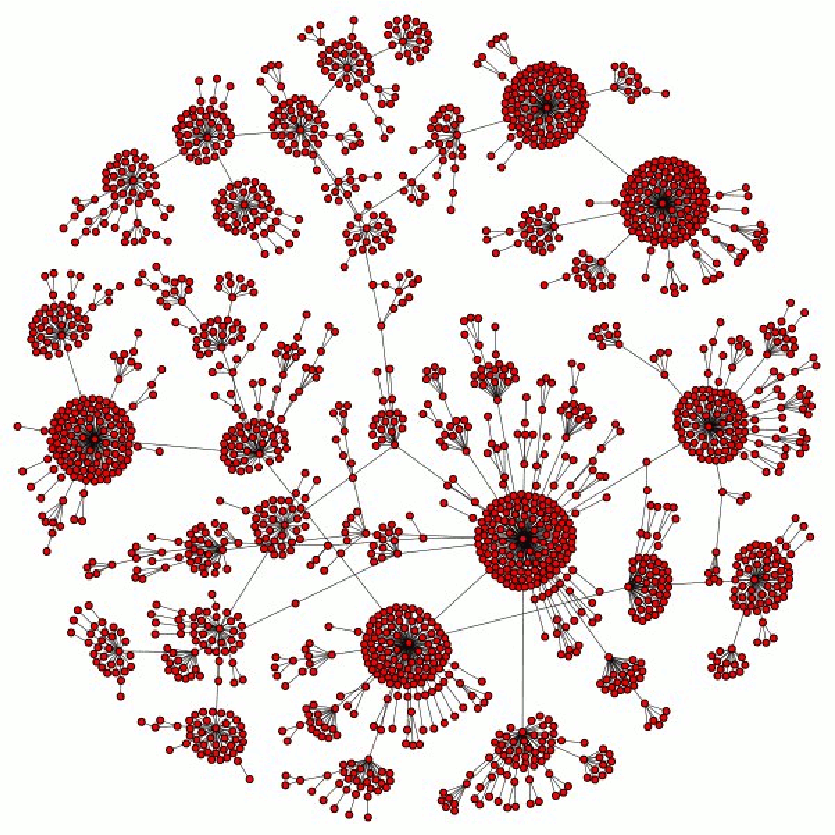
Το δίκτυο θα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου.

* Προνομιακή προσκόλληση

Οι νέοι κόμβοι που θα προστίθονται στο δίκτυο, είναι πιο πιθανό να συνδεθούν με κόμβους του δικτύου που έχουν ήδη πολλές συνδέσεις.

Με άλλα λόγια οι καινούριοι κόμβοι είναι πιο πιθανό να σθνδεθούν με τους hubs κόμβους. Οι Barabasi και Albert ήταν οι πρώτοι που πρότειναν ότι τα scale free δίκτυα οφέιλονται σε αυτούς τους δυο μηχανισμούς. Οι παρακάτω εικόνες δείχνουν πως μοιάζουν τα scale free δίκτυα. (Παρατηρήστε τους hubs κόμβους)

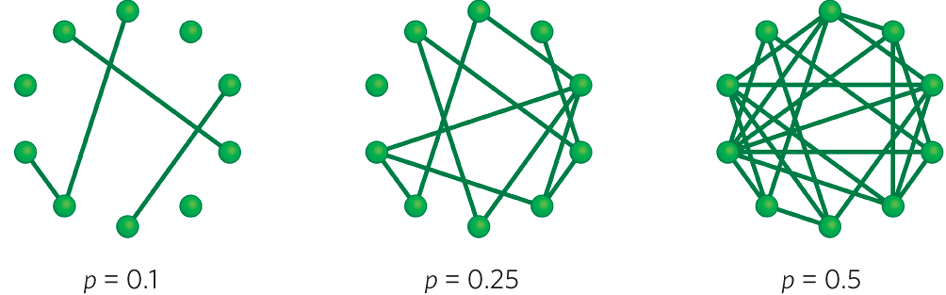




Πολλά πραγματικά δίκτυα ανήκουν στην κατηγορία των scale free δικτύων και για αυτό θα τα μελετήσουμε. Χαρακτηριστικά παραδείγματα πραγματικών scale free δίκτυων αποτελουν τα τεχνολογικά, κοινωνικά και βιολογικά δίκτυα όπως το internet, το world wide web και οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ πρωτεϊνών.

**2.1.2: Τυχαία δίκτυα (random networks)**

Μια ακόμα κατηγορία των σύνθετων δικτύων αποτελούν και τα τυχαία δίκτυα. Στα τυχαία δίκτυα, με δεδομένο πλήθος κόμβων, το να υπάρχει μια ακμή μεταξύ ένα ζευγάρι κόμβων ορίζεται από μια πιθανότητα p. Στα τυχαία δίκτυα ο κάθε κόμβος μπορεί να είναι συνδεδεμένος με οποιοδήποτε άλλο κόμβο, ακόμα και αν ο ένας κόμβος είναι πολύ μακριά απο τον άλλον. Υπάρχουν δύο μοντέλα παραγωγής τυχαίων δικτύων, το μοντέλο του Edgar Gilbert, και το μοντέλο των Erdős–Rényi model. Και στα δύο μοντέλα οι κόμβοι που θα υπάρχουν στο δίκτυο είναι δεδομένοι από την αρχή. Στο πρώτο μοντέλο, η πιθανότητα να υπάρχει ακμή μεταξύ ενός ζευγάρι κόμβων καθορίζεται από μια πιθανότητα p, ενώ στο δεύτερο μοντέλο και το πλήθος των κόμβων και το πλήθος των ακμών είναι καθορισμένο απο τη αρχή. Οι παρακάτω εικόνες δείχνουν πως μοιάζουν τα random δίκτυα. Παρατηρήστε πως αν η πιθανότητα ύπαρξης ακμής είναι πολύ μικρή, τότε θα υπάρχουν κόμβοι που δεν θα συνδέονται με κανέναν. Αντιθέτως, αν η πιθανότητα ύπαρξης ακμής είναι μεγάλη, ο κάθε κόμβος θα συνδέεται σχεδόν με όλους τους άλλου κόμβους

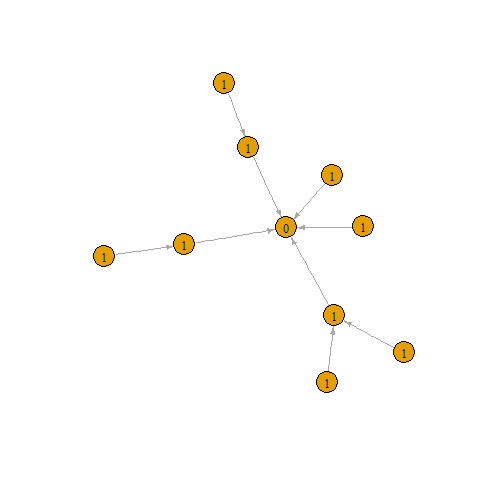


**2.2: Κεντρικότητες σύνθετων δικτύων**

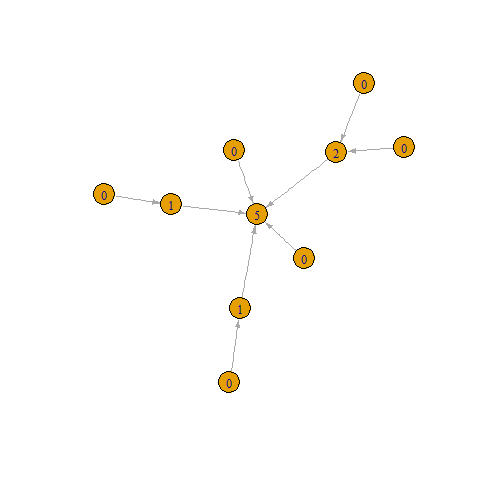
**2.2.1: Degree centrality**

Η κεντρικότητα βαθμού αποτελεί την πιο απλή κεντρικότητα των σύνθετων δικτύων. H degree centrality εκφράζει το πλήθος των ακμών ενός κόμβου και κατά συνέπεια πόσους γείτονες έχει ο κάθε κόμβος. Στην περίπτωση που το δίκτυο είναι κατευθυνόμενο, η degree centrality του κάθε κόμβου χωρίζεται σε in-degree και out-degree. Η in-degree του κόμβου u υπολογίζει πόσες ακμές δείχνουν τον κόμβο u και η out-degree πόσους κόμβους δείχνει ο κόμβος u.

**Out-degree**



**In-degree**



**2.2.2: Betweenness centrality**

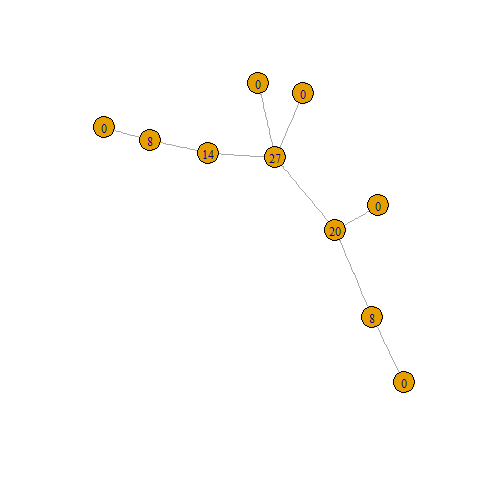
H ενδιάμεση κεντρικότητα είναι μια ευρέως χρησιμοποιημένη κεντρικότητα, καθώς για τον υπολογισμό της χρησιμοποιούνται τα συντομότερα μονοπάτια, τα οποία κατέχουν κυρίαρχο ρόλο στα σύνθετα δίκτυα. Συγκεκριμένα, η betweenness centrality ενός κόμβου u υπολογίζεται ως εξής:



Όπου,

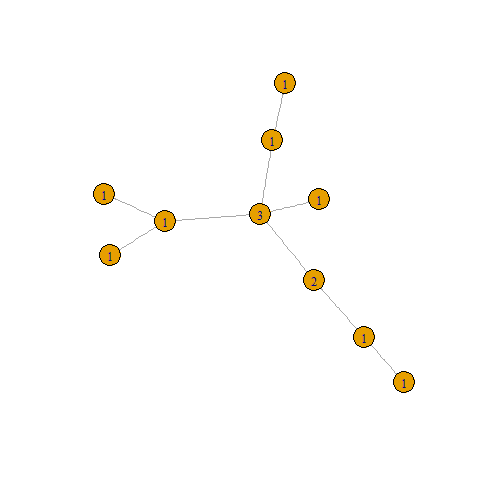
gjk είναι το πλήθος των συντομότερων μονοπατιών μεταξύ των κόμβων j και k, και

gjk( i) είναι το πλήθος των συντομότερων μονοπατιών μεταξύ των j και k που περνούν από τον κόμβο i

****

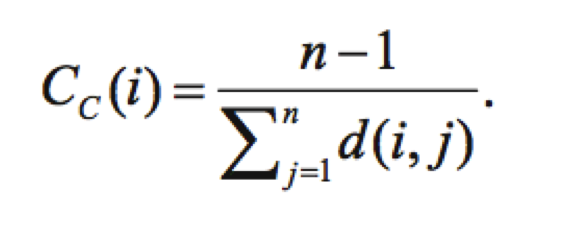
**2.2.3: Power community index (PCI)**

Η κεντρικότητα power community index αποτελεί μια ξεχωριστή κεντρικότητα, καθώς το PCI ενός κόμβου u δεν εξαρτάται από τον κόμβο u, αλλά από τους γείτονες του u. Συγκεκριμένα, το μ-PCI ενός κόμβου u είναι ίσο με k, αν υπάρχουν k γείτονες του u, όπου ο καθένας τους έχει degree centrality μεγαλύτερο ή ίσο από k. Το PCI αναγνωρίζει του κόμβους που βρίσκονται στο πυκνό μέρος του δικτύου.

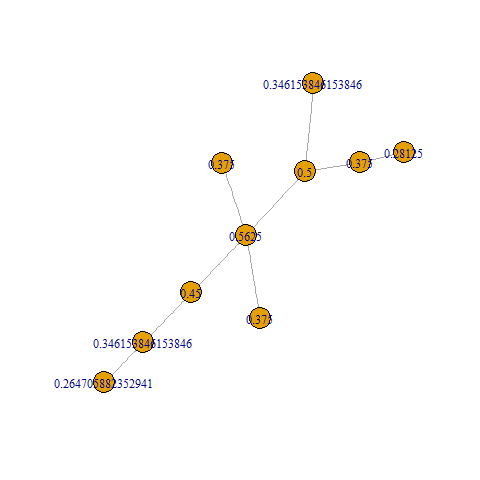


**2.2.4: Closeness centrality**

Η closeness centrality είνια εξίσου μια σημαντική κεντρικότητα, καθώς υπολογίζει πόσο κεντρικός είναι ένας κόμβος. Συγκεκριμένα, η closeness centrality ενός κόμβου u, υπολογίζεται ως το άθροισμα τους μήκους των συντομότερων μονοπατιών από τον κόμβο u προς τους υπόλοιπους κόμβους του δικτύου.



Όπου d( i, j) είναι η απόσταση του κόμβου I από τον κόμβο j.



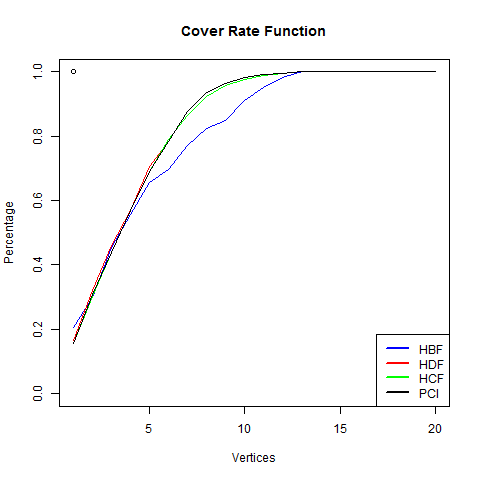
# Scale Free δίκτυα (Barabási–Albert μοντέλο)

Κατευθυνόμενο δίκτυο

Πυκνό δίκτυο

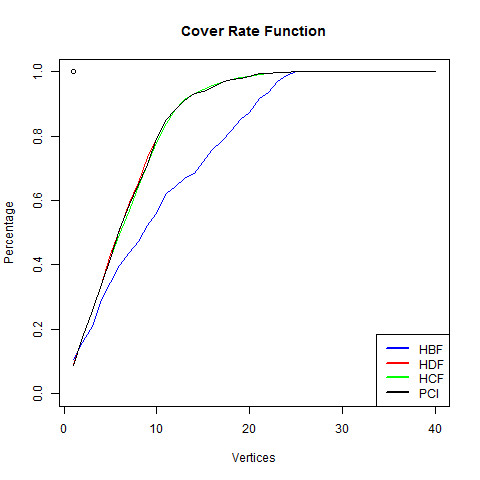
Οι cover rate functions για όλες τις κεντρικότητες σε ένα πυκνό, κατευθυνόμενο δίκτυο με 20, 40, 80, 160 κόμβους αντίστοιχα.

Ν = 20



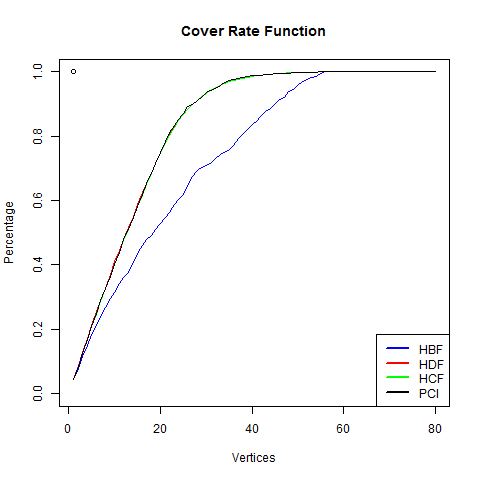
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 13 | 13/20 = 65% |
| HDF | 13 | 13/20 = 65% |
| HCF | 13 | 13/20 = 65% |
| PCI | 13 | 13/20 = 65% |

Ν = 40



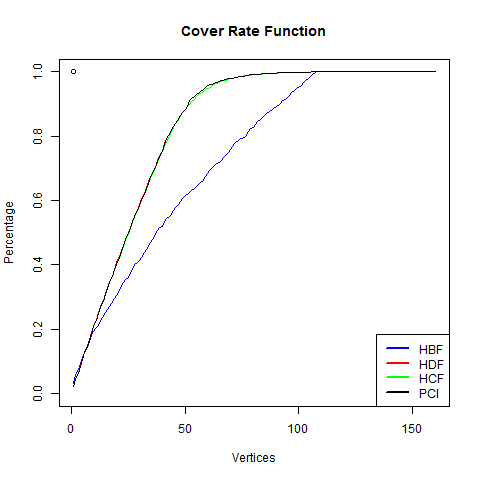
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 25 | 25/40 = 62.5 % |
| HDF | 25 | 25/40 = 62.5 % |
| HCF | 25 | 25/40 = 62.5 % |
| PCI | 25 | 25/40 = 62.5 % |

Ν = 80



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 56 | 56/80 = 70 % |
| HDF | 56 | 56/80 = 70 % |
| HCF | 56 | 56/80 = 70 % |
| PCI | 56 | 56/80 = 70 % |

Ν = 160



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 108 | 108/160 = 67.5 % |
| HDF | 108 | 108/160 = 67.5 % |
| HCF | 108 | 108/160 = 67.5 % |
| PCI | 108 | 108/160 = 67.5 % |

Αριθμός κόμβων καταχώρυσης για όλα τα μεγέθη πυκνών κατευθυνόμενων δικτύων

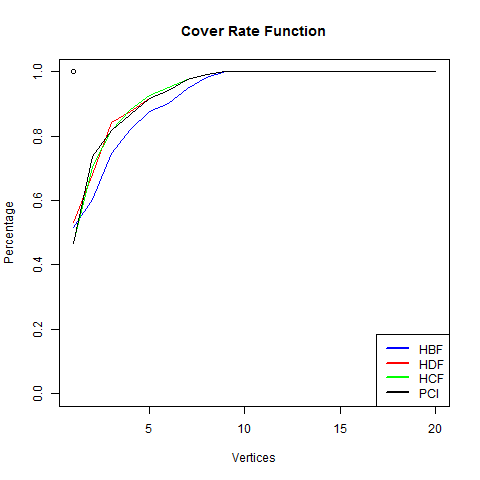


|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | N = 20 | N = 40 | N = 80 | N = 160 |
| HBF | 65% | 62.5 % | 70 % | 67.5 % |
| HDF | 65% | 62.5 % | 70 % | 67.5 % |
| HCF | 65% | 62.5 % | 70 % | 67.5 % |
| PCI | 65% | 62.5 % | 70 % | 67.5 % |

Αραιό δίκτυο

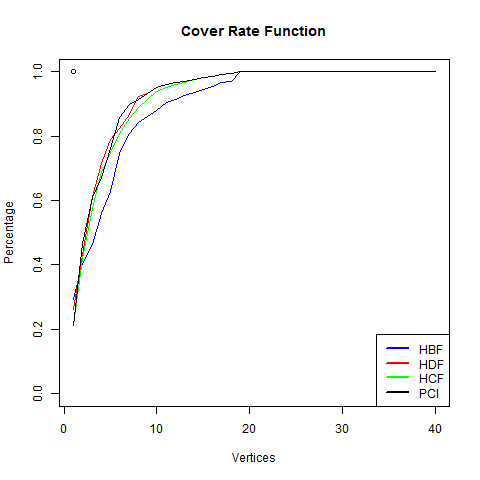
Οι cover rate functions για όλες τις κεντρικότητες σε ένα αραιό κατευθυνόμενο δίκτυο με 20, 40, 80, 160 κόμβους αντίστοιχα.

Ν = 20



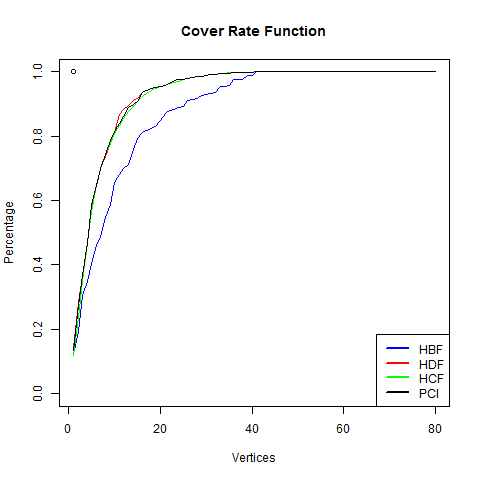
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 9 | 9/20 = 45% |
| HDF | 9 | 9/20 = 45% |
| HCF | 9 | 9/20 = 45% |
| PCI | 9 | 9/20 = 45% |

Ν = 40



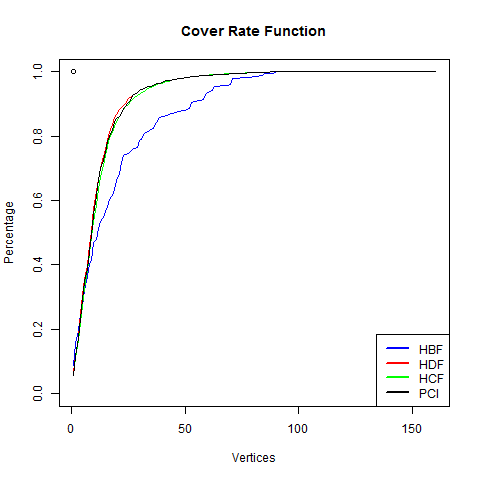
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 19 | 19/40 = 47.5 % |
| HDF | 19 | 19/40 = 47.5 % |
| HCF | 19 | 19/40 = 47.5 % |
| PCI | 19 | 19/40 = 47.5 % |

Ν = 80



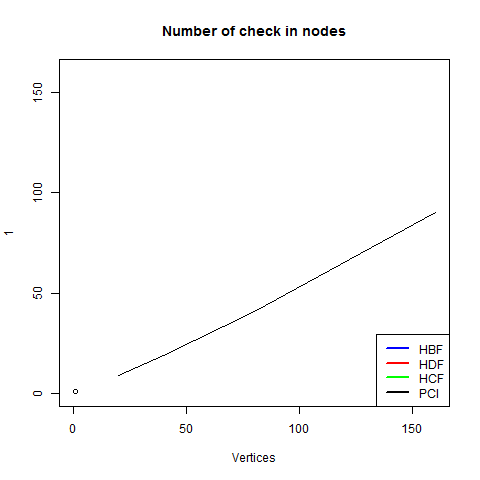
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 41 | 41/80 = 51,25 % |
| HDF | 41 | 41/80 = 51,25 % |
| HCF | 41 | 41/80 = 51,25 % |
| PCI | 41 | 41/80 = 51,25 % |

Ν = 160



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 90 | 90/160 = 56,25 % |
| HDF | 90 | 90/160 = 56,25 % |
| HCF | 90 | 90/160 = 56,25 % |
| PCI | 90 | 90/160 = 56,25 % |

Αριθμός κόμβων καταχώρυσης για όλα τα μεγέθη αραιών κατευθυνόμενων δίκτυων



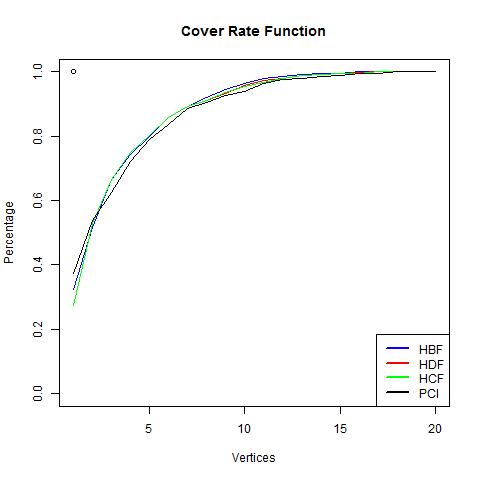
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | N = 20 | N = 40 | N = 80 | N = 160 |
| HBF | 45 % | 47.5 % | 51,25 % | 56,25 % |
| HDF | 45 % | 47.5 % | 51,25 % | 56,25 % |
| HCF | 45 % | 47.5 % | 51,25 % | 56,25 % |
| PCI | 45 % | 47.5 % | 51,25 % | 56,25 % |

Μη κατευθυνόμενο δίκτυο

Πυκνό δίκτυο

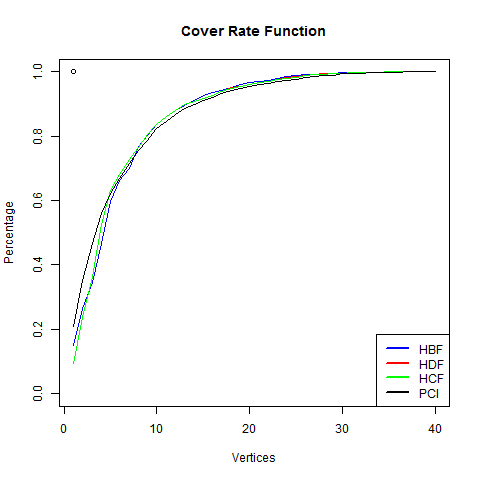
Οι cover rate functions για όλες τις κεντρικότητες σε ένα πυκνό, μη κατευθυνόμενο δίκτυο με 20, 40, 80, 160 κόμβους αντίστοιχα.

Ν = 20



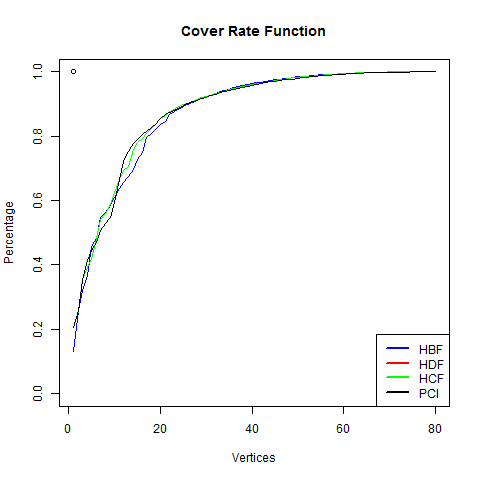
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 16 | 16/20 = 80 % |
| HDF | 17 | 17/20 = 85 % |
| HCF | 17 | 17/20 = 85 % |
| PCI | 18 | 18/20 = 90 % |

Ν = 40



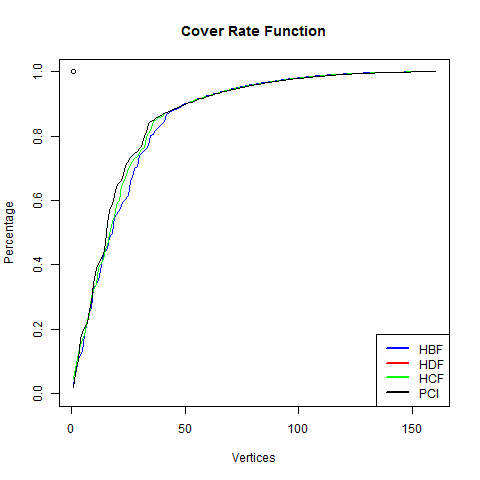
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 36 | 36/40 = 90 % |
| HDF | 35 | 35/40 = 87.5 % |
| HCF | 35 | 35/40 =87.5 % |
| PCI | 37 | 37/40 = 92.5 % |

Ν = 80



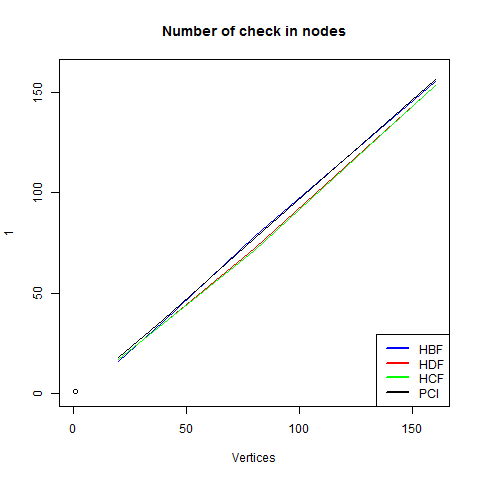
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 78 | 78/80 = 97.5 % |
| HDF | 72 | 72/80 = 90 % |
| HCF | 71 | 71/80 = 88.75 % |
| PCI | 77 | 77/80 = 96.25 % |

Ν = 160



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 155 | 155/160 = 96.875 % |
| HDF | 153 | 153/160 = 95.625 % |
| HCF | 153 | 153/160 = 95.625 % |
| PCI | 156 | 156/160 = 97.5 % |

Αριθμός κόμβων καταχώρυσης για όλα τα μεγέθη πυκνών, μη κατευθυνόμενών δίκτυων



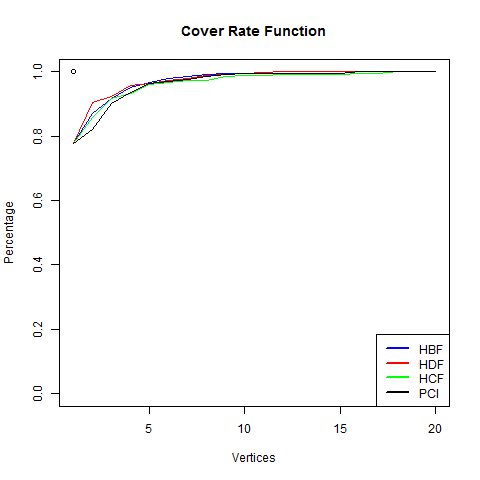
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | N = 20 | N = 40 | N = 80 | N = 160 |
| HBF | 80 % | 90 % | 97.5 % | 96.875 % |
| HDF | 85 % | 87.5 % | 90 % | 95.625 % |
| HCF | 85 % | 87.5 % | 88.75 % | 95.625 % |
| PCI | 90 % | 92.5 % | 96.25 % | 97.5 % |

Μη κατευθυνόμενο δίκτυο

Αραιό δίκτυο

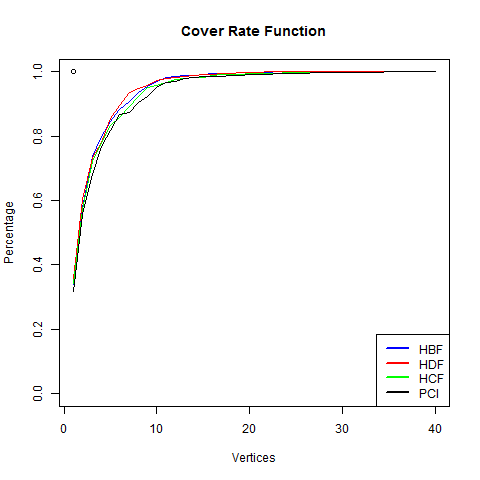
Οι cover rate functions για όλες τις κεντρικότητες σε ένα αραιό, μη κατευθυνόμενο δίκτυο με 20, 40, 80, 160 κόμβους αντίστοιχα.

Ν = 20



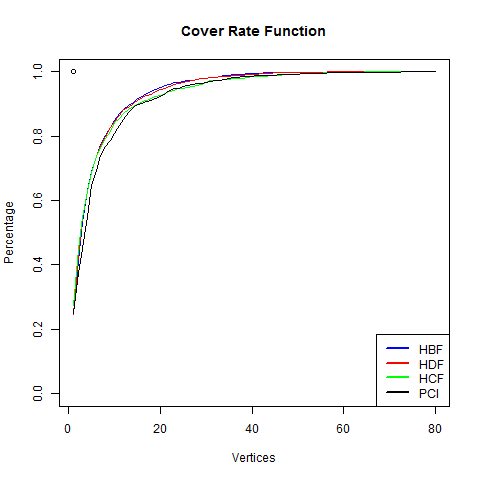
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 12 | 12/20 = 60 % |
| HDF | 12 | 12/20 = 60 % |
| HCF | 18 | 18/20 = 90 % |
| PCI | 16 | 16/20 = 80 % |

Ν = 40



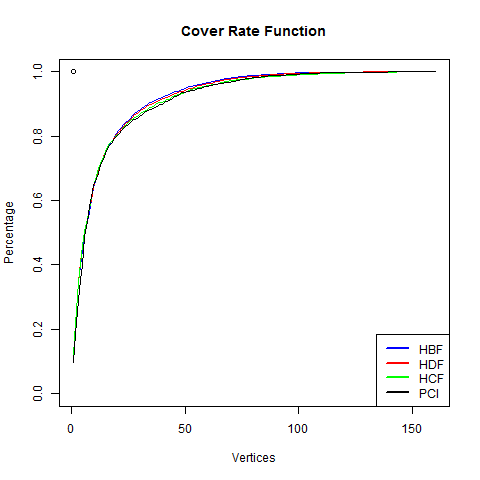
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 23 | 23/40 = 57.5 % |
| HDF | 22 | 22/40 = 55 % |
| HCF | 35 | 35/40 = 87.5 % |
| PCI | 35 | 35/40 = 87.5 % |

Ν = 80



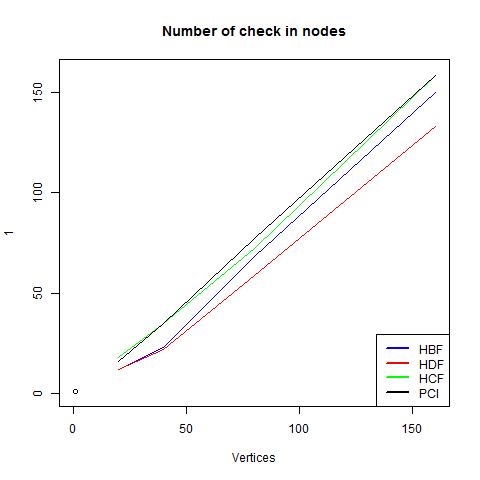
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 68 | 68/80 = 85 % |
| HDF | 59 | 59/80 = 73.75 % |
| HCF | 72 | 72/80 = 90 % |
| PCI | 77 | 77/80 = 96.25 % |

Ν = 160



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( % ) |
| HBF | 150 | 150/160 = 93.75 % |
| HDF | 133 | 133/160 = 83.125 % |
| HCF | 158 | 158/160 = 98.75 % |
| PCI | 158 | 158/160 = 98.75 % |

Αριθμός κόμβων καταχώρυσης για όλα τα μεγέθη αραιών, μη κατευθυνόμενών δίκτυων



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | N = 20 | N = 40 | N = 80 | N = 160 |
| HBF | 60 % | 57.5 % | 85 % | 93.75 % |
| HDF | 60 % | 55 % | 73.75 % | 83.125 % |
| HCF | 90 % | 87.5 % | 90 % | 98.75 % |
| PCI | 80 % | 87.5 % | 96.25 % | 98.75 % |

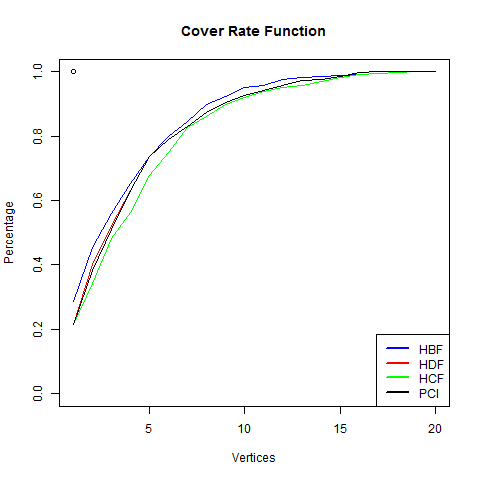
# Random δίκτυα (Μοντέλο Erdős–Rényi)

Κατευθυνόμενο δίκτυο

Πυκνό δίκτυο

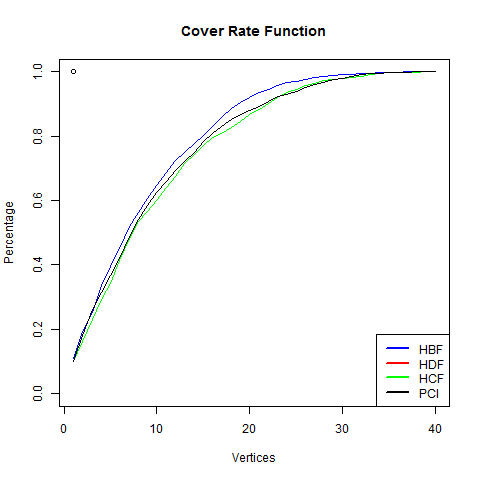
Οι cover rate functions για όλες τις κεντρικότητες σε ένα πυκνό, κατευθυνόμενο δίκτυο με 20, 40, 80, 160 κόμβους αντίστοιχα.

Ν = 20



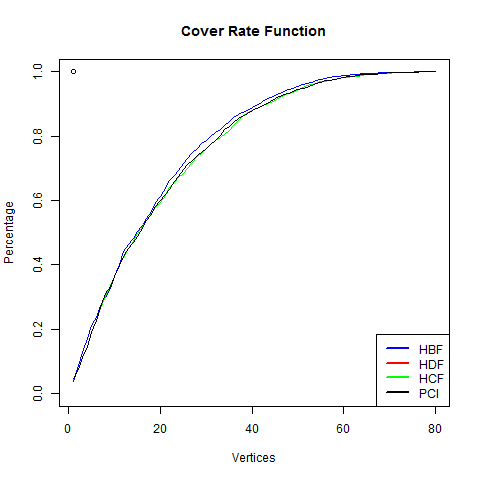
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 19 | 19/20 = 95 % |
| HDF | 17 | 17/20 = 85 % |
| HCF | 19 | 19/20 = 95 % |
| PCI | 17 | 17/20 = 85 % |

Ν = 40



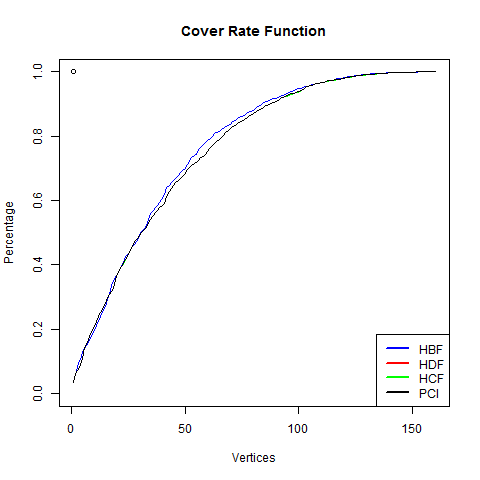
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 38 | 38/40 = 95 % |
| HDF | 39 | 39/40 = 97.5 % |
| HCF | 39 | 39/40 = 97.5 % |
| PCI | 39 | 39/40 = 97.5 % |

Ν = 80



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 77 | 77/80 = 96.25 % |
| HDF | 78 | 78/80 =97.5 % |
| HCF | 79 | 79/80 = 98.75 % |
| PCI | 78 | 78/80 = 97.5 % |

Ν = 160



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 159 | 159/160 = 99.375 % |
| HDF | 158 | 158/160 = 98.75 % |
| HCF | 157 | 157/160 = 98.125 % |
| PCI | 158 | 158/160 = 98.75 % |

Αριθμός κόμβων καταχώρυσης για όλα τα μεγέθη πυκνών κατευθυνόμενών δίκτυων



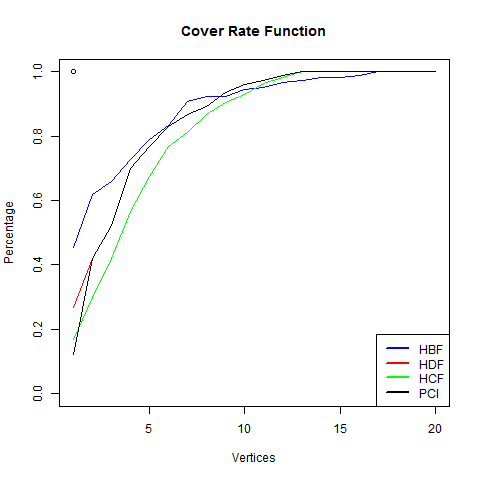
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | N = 20 | N = 40 | N = 80 | N = 160 |
| HBF | 95 % | 95 % | 96.25 % | 99.375 % |
| HDF | 85 % | 97.5 % | 97.5 % | 98.75 % |
| HCF | 95 % | 97.5 % | 98.75 % | 98.125 % |
| PCI | 95 % | 97.5 % | 97.5 % | 98.75 % |

Κατευθυνόμενο δίκτυο

Αραιό δίκτυο

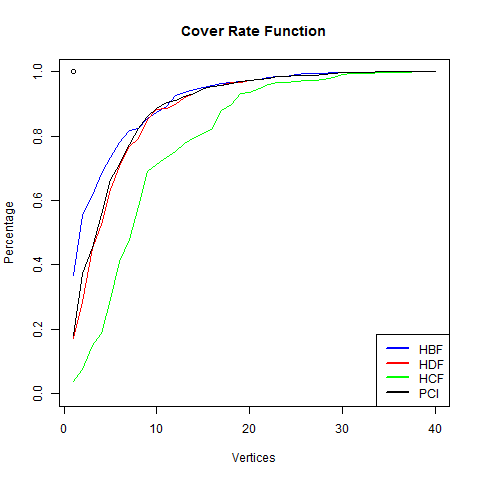
Οι cover rate functions για όλες τις κεντρικότητες σε ένα αραιό, κατευθυνόμενο δίκτυο με 20, 40, 80, 160 κόμβους αντίστοιχα.

Ν = 20



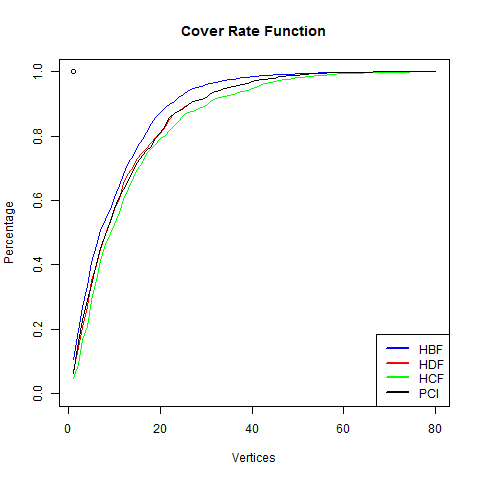
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 17 | 17/20 = 85 % |
| HDF | 13 | 13/20 = 65 % |
| HCF | 13 | 13/20 = 65 % |
| PCI | 13 | 13/20 = 65 % |

Ν = 40



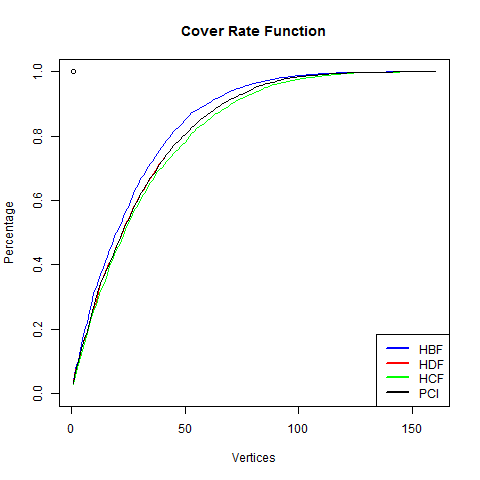
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 34 | 34/40 = 85 % |
| HDF | 34 | 34/40 = 85 % |
| HCF | 38 | 38/40 = 95 % |
| PCI | 34 | 34/40 = 85 % |

Ν = 80



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 78 | 78/80 = 97.5 % |
| HDF | 72 | 72/80 = 90 % |
| HCF | 78 | 78/80 = 97.5 % |
| PCI | 72 | 72/80 = 90 % |

Ν = 160



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 155 | 155/160 = 96.875 % |
| HDF | 152 | 152/160 = 95 % |
| HCF | 157 | 157/160 = 98.125 % |
| PCI | 152 | 152/160 = 95 % |

Αριθμός κόμβων καταχώρυσης για όλα τα μεγέθη αραιών κατευθυνόμενών δίκτυων



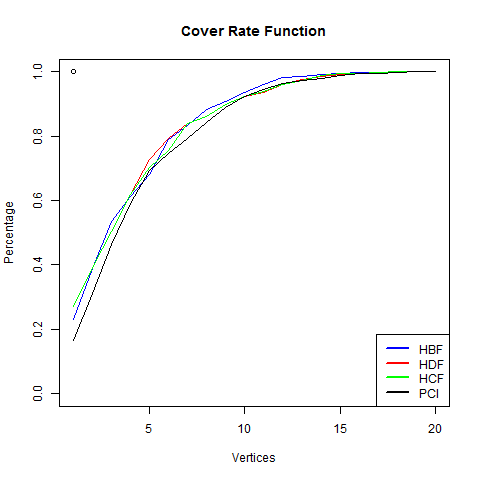
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | N = 20 | N = 40 | N = 80 | N = 160 |
| HBF | 85 % | 85 % | 97.5 % | 96.875 % |
| HDF | 65 % | 85 % | 90 % | 95 % |
| HCF | 65 % | 95 % | 97.5 % | 98.125 % |
| PCI | 65 % | 85 % | 90 % | 95 % |

Μη κατευθυνόμενο δίκτυο

Πυκνό δίκτυο

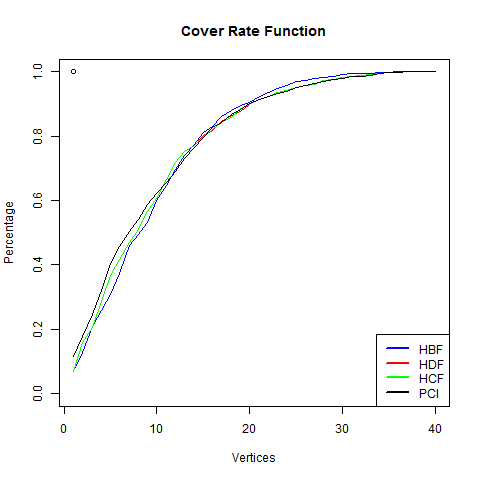
Οι cover rate functions για όλες τις κεντρικότητες σε ένα πυκνό, μη κατευθυνόμενο δίκτυο με 20, 40, 80, 160 κόμβους αντίστοιχα.

Ν = 20



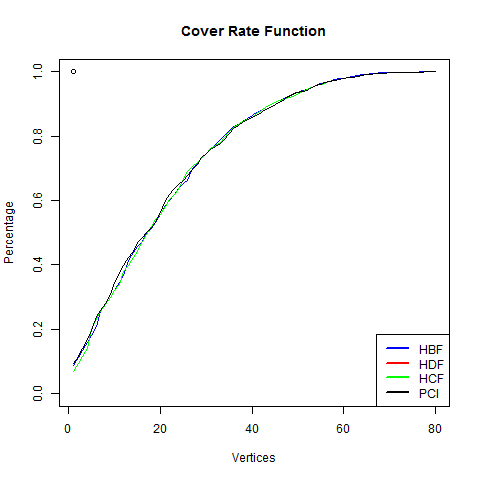
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 18 | 18/20 = 90 % |
| HDF | 18 | 18/20 = 95 % |
| HCF | 18 | 18/20 = 95 % |
| PCI | 19 | 19/20 = 95 % |

Ν = 40



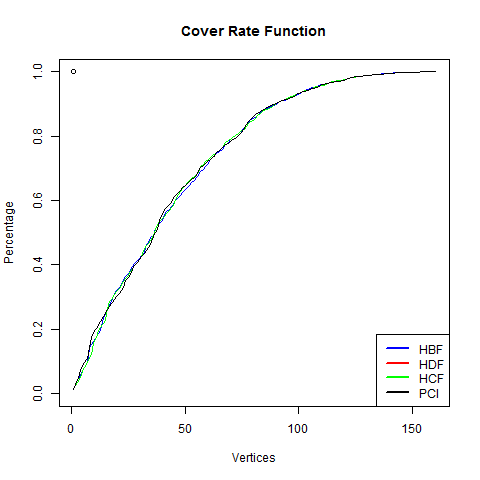
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 36 | 36/40 = 90 % |
| HDF | 37 | 37/40 = 92.5 % |
| HCF | 37 | 37/40 = 92.5 % |
| PCI | 37 | 37/40 = 92.5 % |

Ν = 80



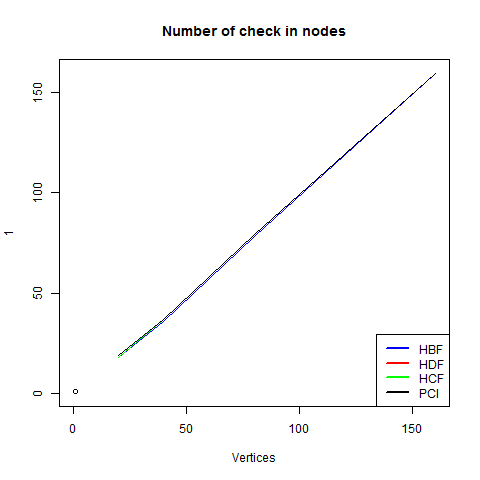
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 78 | 78/80 = 97.5 % |
| HDF | 79 | 79/80 = 98.75 % |
| HCF | 79 | 79/80 = 98.75 % |
| PCI | 79 | 79/80 = 98.75 % |

Ν = 160



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 159 | 159/160 = 99.375 % |
| HDF | 159 | 159/160 = 99.375 % |
| HCF | 159 | 159/160 = 99.375 % |
| PCI | 159 | 159/160 = 99.375 % |

Αριθμός κόμβων καταχώρυσης για όλα τα μεγέθη πυκνών μη κατευθυνόμενών δίκτυων



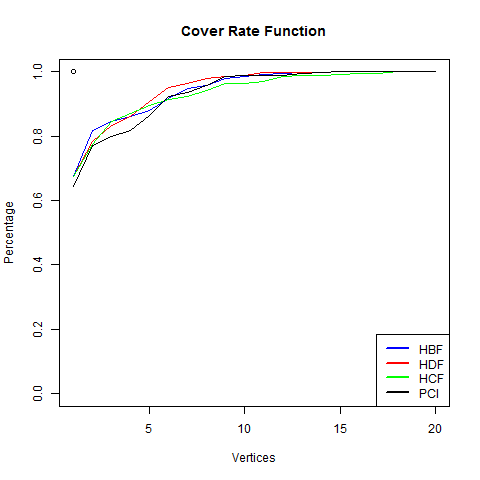
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | N = 20 | N = 40 | N = 80 | N = 160 |
| HBF | 90 % | 90 % | 97.5 % | 99.375 % |
| HDF | 95 % | 92.5 % | 98.75 % | 99.375 % |
| HCF | 95 % | 92.5 % | 98.75 % | 99.375 % |
| PCI | 95 % | 92.5 % | 98.75 % | 99.375 % |

Μη κατευθυνόμενο δίκτυο

Αραιό δίκτυο

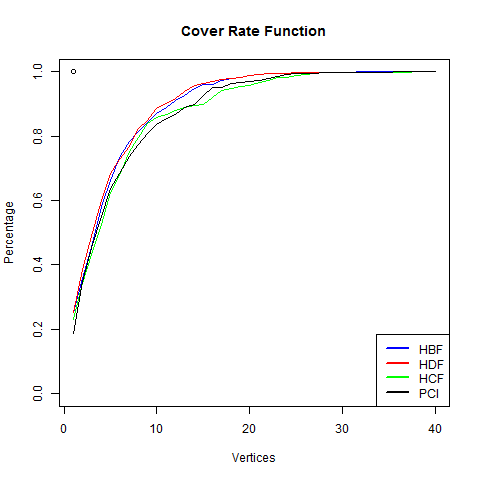
Οι cover rate functions για όλες τις κεντρικότητες σε ένα αραιό, μη κατευθυνόμενο δίκτυο με 20, 40, 80, 160 κόμβους αντίστοιχα.

Ν = 20



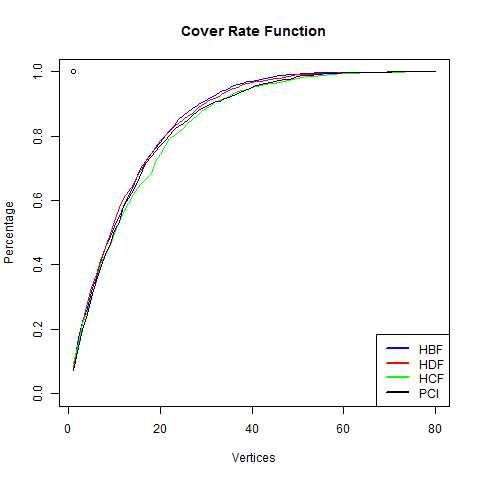
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 15 | 15/20 = 75 % |
| HDF | 15 | 15/20 = 75 % |
| HCF | 18 | 18/20 = 90 % |
| PCI | 15 | 15/20 = 75 % |

Ν = 40



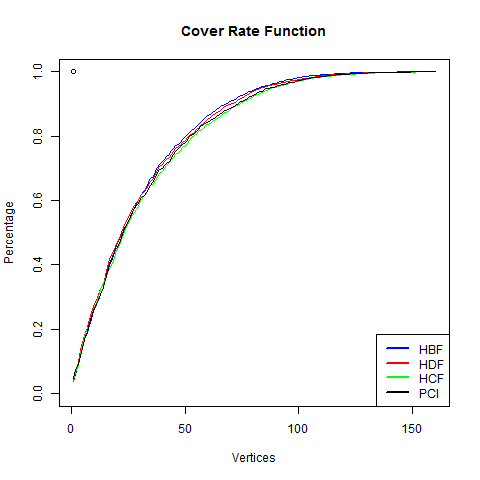
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 32 | 32/40 = 80 % |
| HDF | 36 | 36/40 = 90 % |
| HCF | 38 | 38/40 = 95 % |
| PCI | 36 | 36/40 = 90 % |

Ν = 80



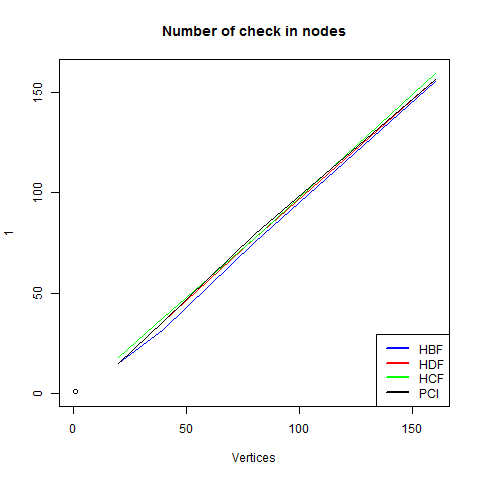
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 75 | 75/80 = 93.75 % |
| HDF | 77 | 77/80 = 96.25 % |
| HCF | 77 | 77/80 = 96.25 % |
| PCI | 79 | 79/80 = 98.75 % |

Ν = 160



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | Αριθμός κόμβων καταχώρυσης | Ποσοστό ( %) |
| HBF | 155 | 155/160 = 96.875 % |
| HDF | 156 | 156/160 = 97.5 % |
| HCF | 159 | 159/160 = 99.375 % |
| PCI | 156 | 156/160 = 97.5 % |

Αριθμός κόμβων καταχώρυσης για όλα τα μεγέθη αραιών μη κατευθυνόμενών δίκτυων



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κεντρικότητα | N = 20 | N = 40 | N = 80 | N = 160 |
| HBF | 75 % | 80 % | 93.75 % | 96.875 % |
| HDF | 75 % | 90 % | 96.25 % | 97.5 % |
| HCF | 90 % | 95 % | 96.25 % | 99.375 % |
| PCI | 75 % | 90 % | 98.75 % | 97.5 % |